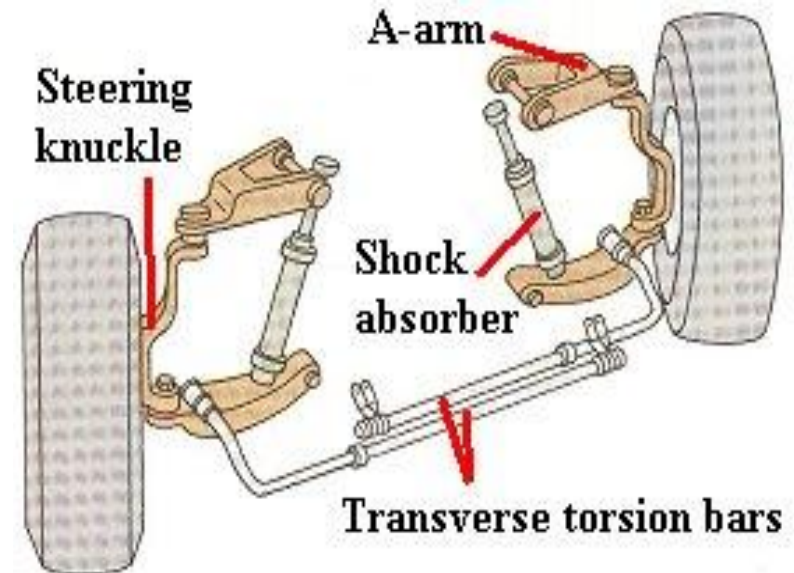
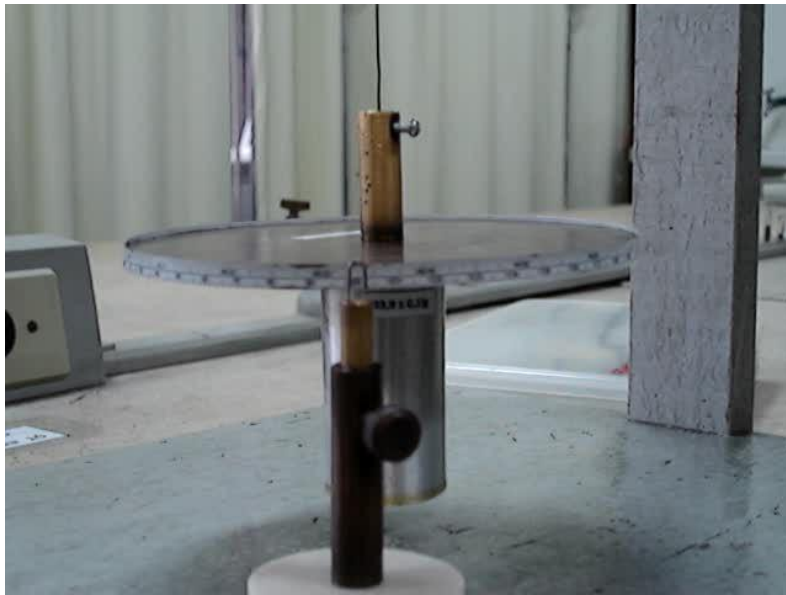
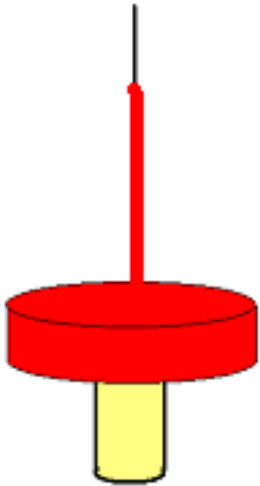


A Experiência do Pêndulo de Torção

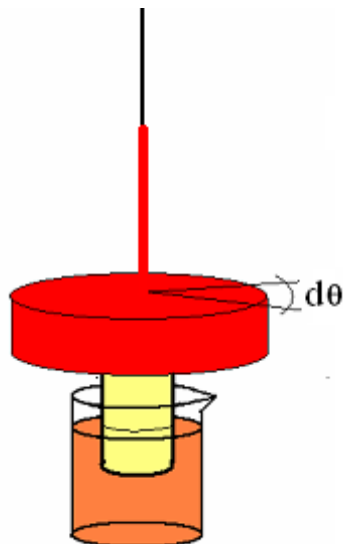


Suspensão do Fusca era por Barra de Torção

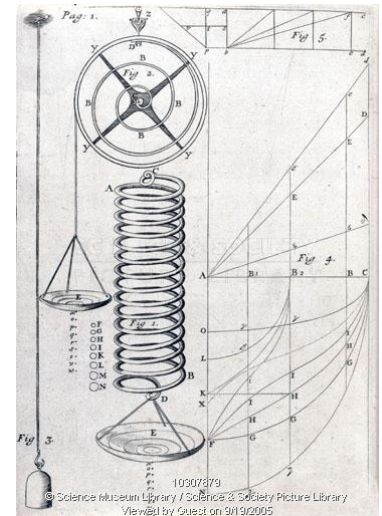


Os efeitos da dinâmica e da cinemática de rotações será estudada no caso da torção de um fio metálico.

Assume-se como modelo matemático para a descrição destas torções a lei de Hooke $\rightarrow F = - kx$



Como modelo matemático para o atrito viscoso assume-se que seja proporcional a velocidade angular.

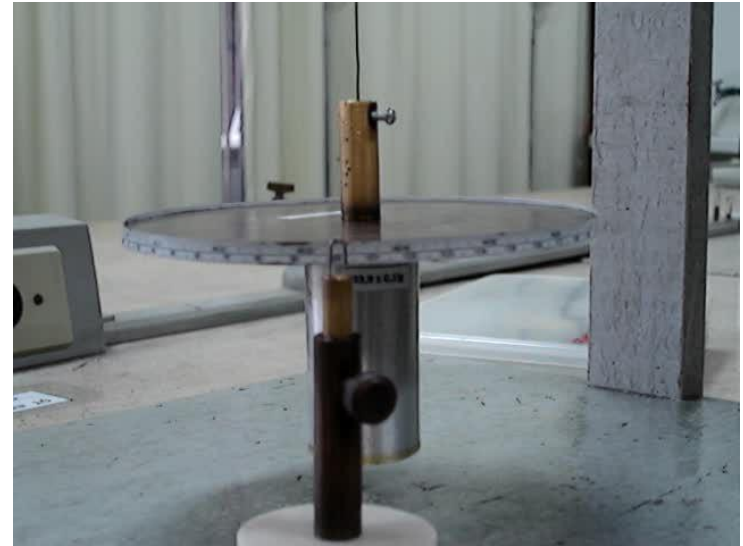


Elementos básicos do experimento.

Ponteiro, disco suspenso por fio metálico e recipiente com líquido o viscoso.



Modo correto!

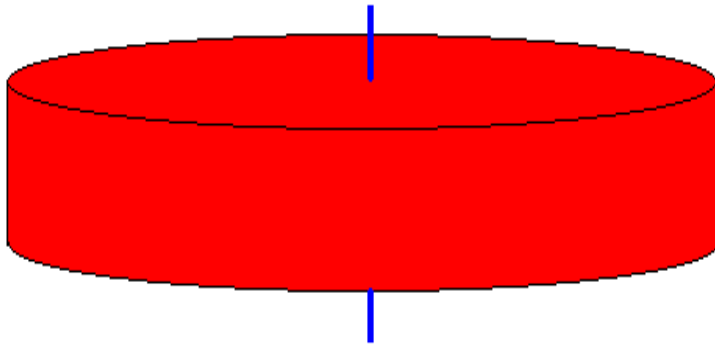


Não deixe balançar!



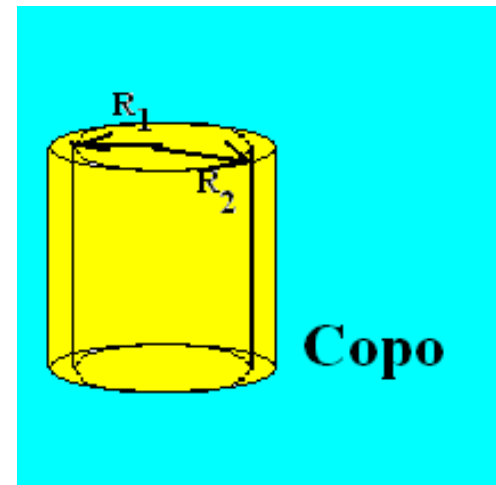
CÁLCULO DO MOMENTO DE INÉRCIA DO DISCO, PINO E COPO.

$$I_{\text{DISCO}} = \frac{1}{2}MR^2$$

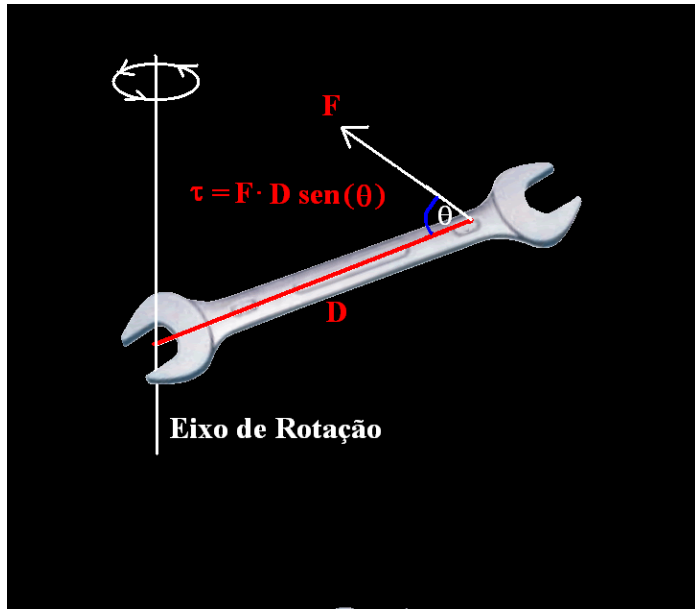


$$I_{\text{PinoCentrd}} = \frac{1}{2}MR^2$$

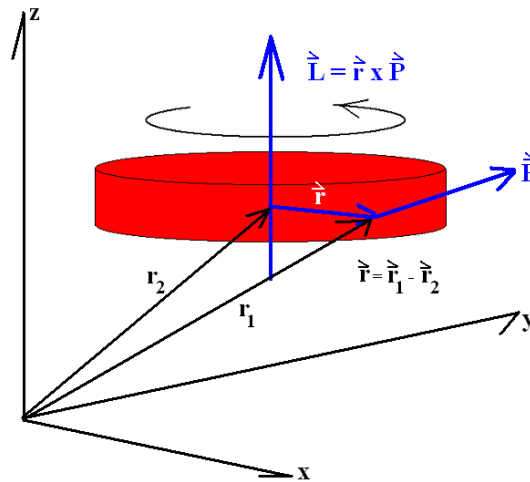
$$I_{\text{COPO}} = \frac{1}{2}M(R_2^2 + R_1^2)$$



Torque.



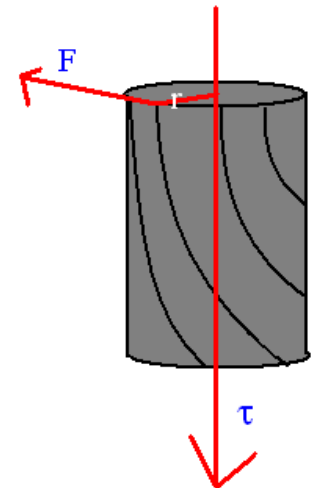
Torque de um disco.



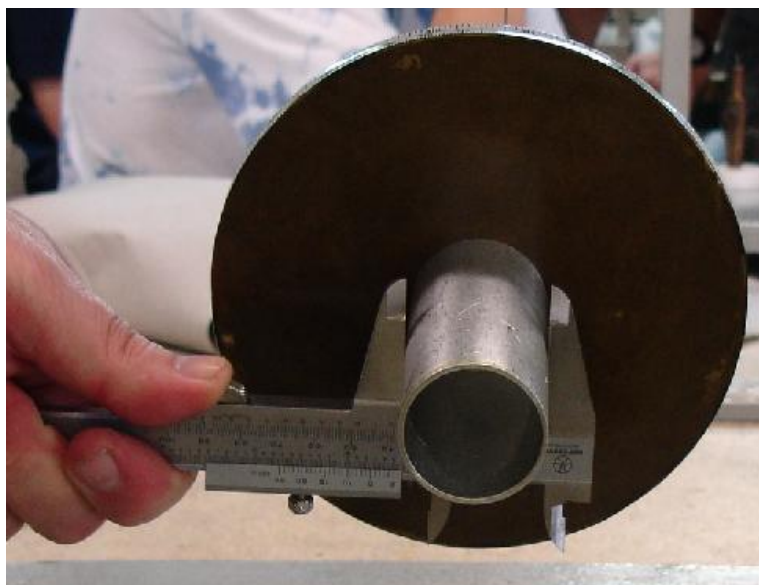
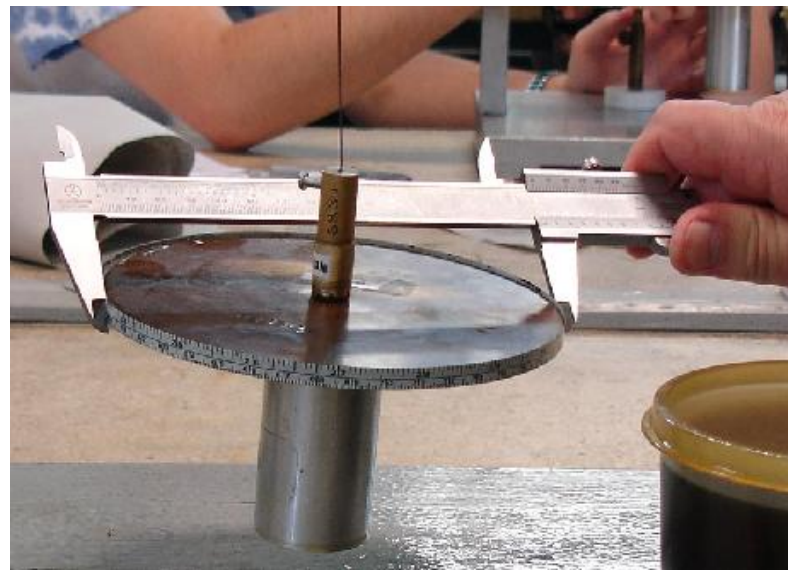
$$\frac{dL_z}{dt} = I \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

Torque do fio.

$$\tau_z^{\text{fio}} = -k\theta$$



Procedimentos de medida do pino, disco e copo.

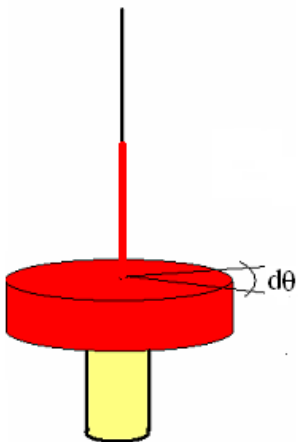


Para pequenas oscilações vale a lei de Hooke $\rightarrow F = -k x$
Neste caso o atrito viscoso é com o ar e será desprezado.



Robert Hooke

$$I\ddot{\theta} = -k\theta$$



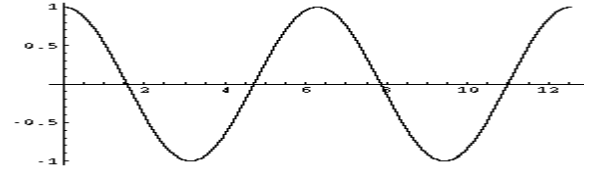
$$\theta(t) = \theta_{\max} \cos(\omega_0 t)$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{I}}$$

Frequência angular para oscilações livres.

Solução da equação do movimento:

$$I\ddot{\theta} = -k\theta \rightarrow I \frac{d^2\theta(t)}{dt^2} = -k\theta(t)$$



$\theta(t) = A \cos(\omega t)$ Vamos testar uma solução com a função cosseno!

$$\frac{d\theta(t)}{dt} = -A\omega \sin(\omega t)$$

Derivamos a função cosseno.

$$\frac{d^2\theta(t)}{dt^2} = -A\omega^2 \cos(\omega t)$$

Substituímos na equação: $-IA\omega^2 \cos(\omega t) = -kA \cos(\omega t)$

Obtemos a relação: $I\omega^2 = k$

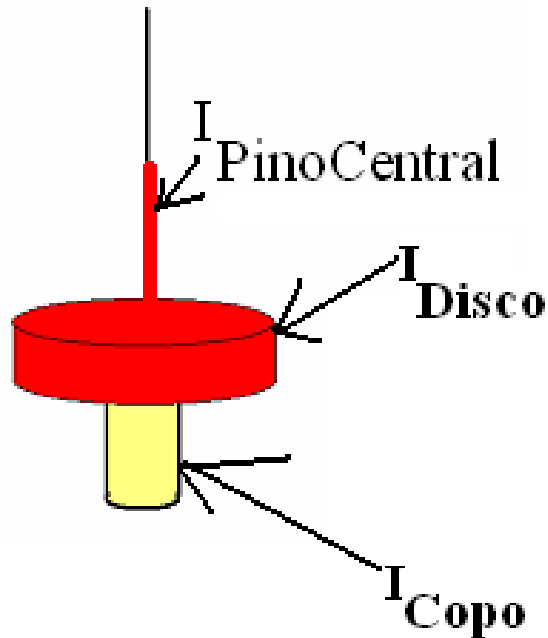
Para $t=0$ a constante $A = \theta_{\max}$

A solução final será:

$$\theta(t) = \theta_{\max} \cos\left(\sqrt{\frac{k}{I}}t\right)$$

Medida da constante elástica do fio.

Freqüência angular com dissipação desprezível.



$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \sqrt{\frac{k}{I}}$$

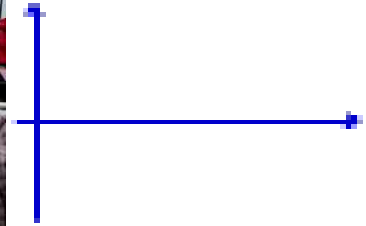
Propagação dos erros na determinação de k.

$$\sigma_k = k \sqrt{\left(\frac{\sigma_I}{I}\right)^2 + \left(2 \frac{\sigma_{T_0}}{T_0}\right)^2}$$

Oscilações livres com amortecimento viscoso proporcional a velocidade angular.

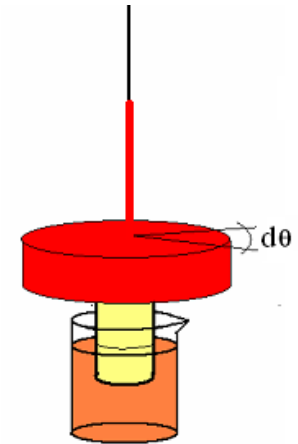
Torque da força viscosa

$$\tau_z^{\text{visc}} = -b \frac{d\theta}{dt}$$



$$I\ddot{\theta} = -b\dot{\theta} - k\theta$$

$$\gamma = \frac{b}{2I} \text{ é o atrito viscoso.}$$



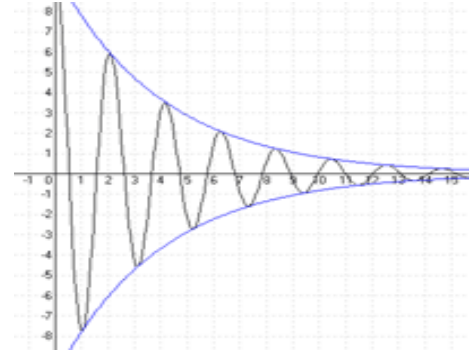
$$\theta(t) = \theta_{\max} e^{-\gamma t} \cos(\omega_1 t)$$

Frequência angular com dissipação viscosa.

$$\omega_1 = \frac{2\pi}{T_1} = \sqrt{\frac{k}{I} - \left(\frac{b}{2I}\right)^2}$$

Solução da Equação do Movimento com Atrito Viscoso

$$I\ddot{\theta} = -b\dot{\theta} - k\theta \rightarrow I \frac{d^2\theta(t)}{dt^2} = -b \frac{d\theta(t)}{dt} - k\theta(t)$$



Vamos testar uma solução com a função: $\theta(t) = Ae^{xt}$

As suas respectivas derivadas são:

$$\frac{d\theta(t)}{dt} = Axe^{xt}$$

$$\frac{d^2\theta(t)}{dt^2} = Ax^2e^{xt}$$

Que, substituídas na equação resulta: $IAx^2e^{xt} = -bAxe^{xt} - kAe^{xt}$

$$Ix^2 + bx + k = 0 \quad \text{a solução para } x \text{ será: } x = -\frac{b}{2I} \pm \sqrt{\left(\frac{b}{2I}\right)^2 - \frac{k}{I}}$$

A solução fica na forma:

$$\theta(t) = Ae^{\left(-\frac{b}{2I} \pm \sqrt{\left(\frac{b}{2I}\right)^2 - \frac{k}{I}}\right)t}$$

Observe que temos duas soluções possíveis!

Mas! $\left(\frac{b}{2I}\right)^2$ é muito menor que $\frac{k}{I}$ então o termo da raiz é complexo!

Escrevendo a raiz na forma:

$$\theta(t) = Ae^{-\frac{b}{2I}t} e^{\pm \left(i\sqrt{\frac{k}{I} - \left(\frac{b}{2I}\right)^2}\right)t}$$

e fazendo:

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{k}{I} - \left(\frac{b}{2I}\right)^2}$$

Uma solução parcial será:

$$\theta(t) = Ae^{-\frac{b}{2I}t} \left(\frac{e^{i\omega_1 t} + e^{-i\omega_1 t}}{2} \right)$$

Usando-se a relação de Euler: $\cos \omega_1 t = \frac{e^{i\omega_1 t} + e^{-i\omega_1 t}}{2}$

A solução final tem a forma: $\theta(t) = \theta_{\max} e^{-\gamma t} \cos(\omega_1 t)$

O termo de atrito viscoso é:

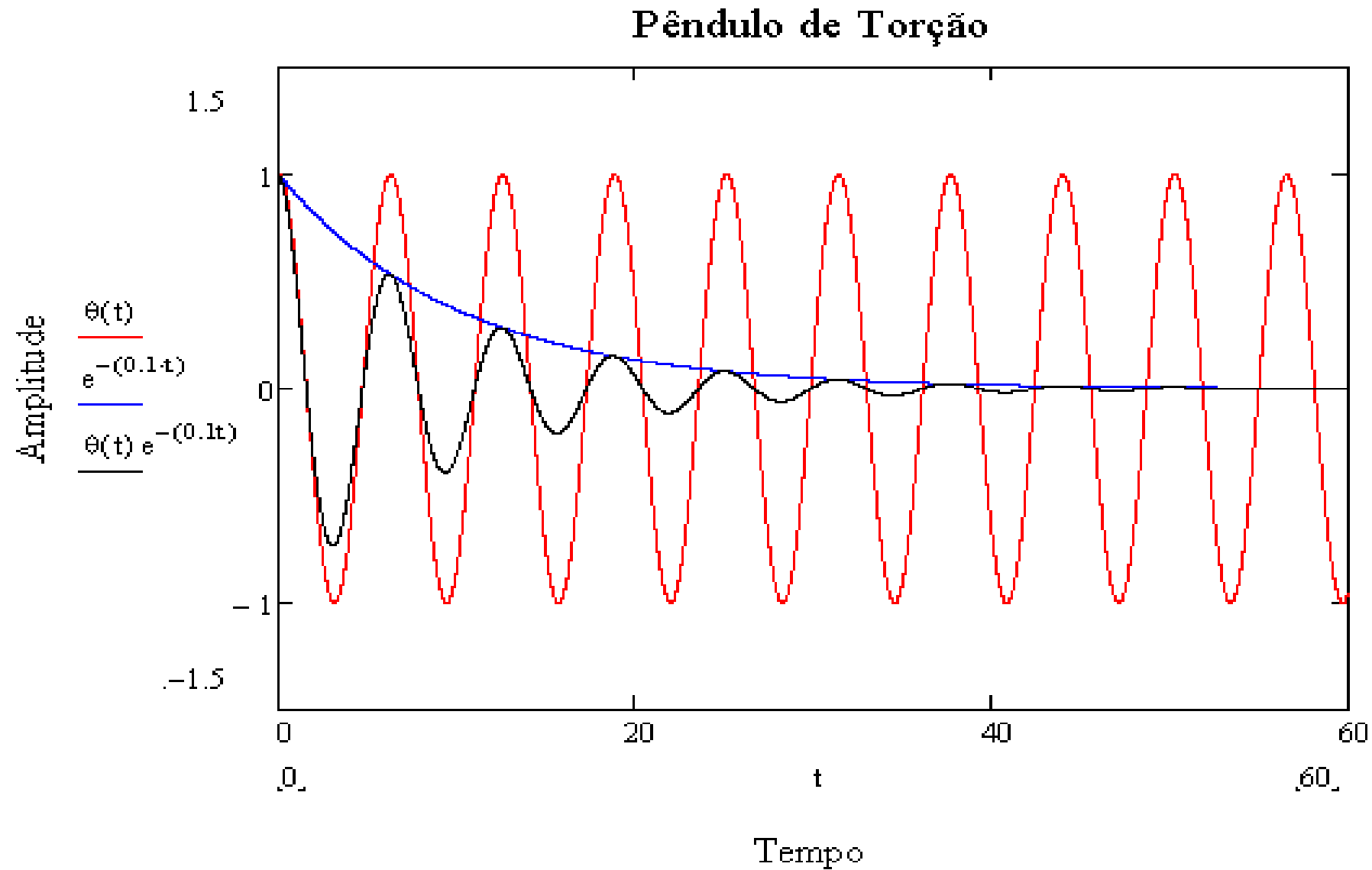
$$\gamma = \frac{b}{2I}$$

A frequência angular desta oscilação será:

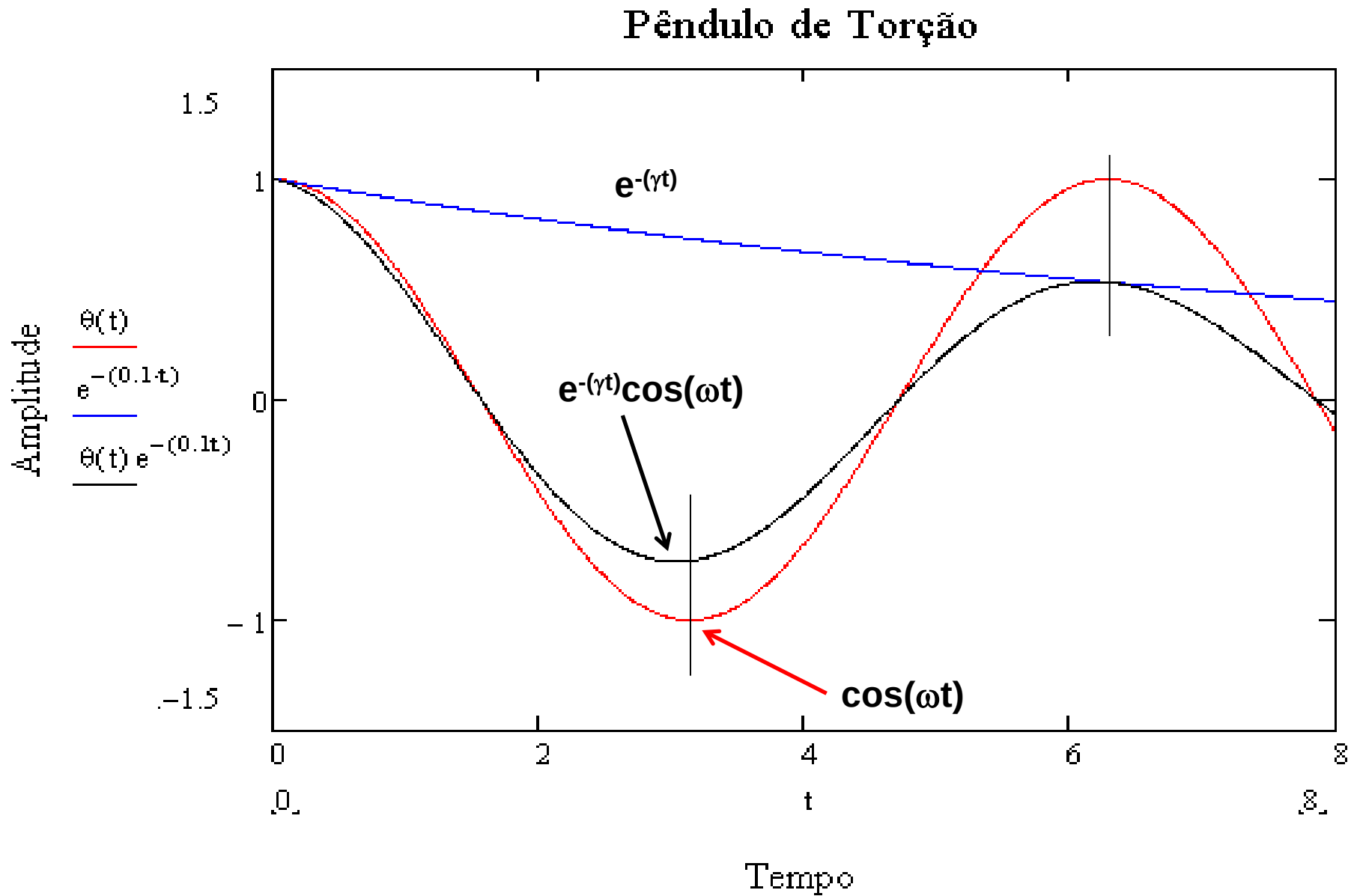
$$\omega_1 = \sqrt{\frac{k}{I} - \left(\frac{b}{2I}\right)^2}$$

Obs.: Algumas aproximações e simplificações na busca da solução da equação do movimento com atrito viscoso foram feitas e devem ser discutidas com o seu professor de teoria.

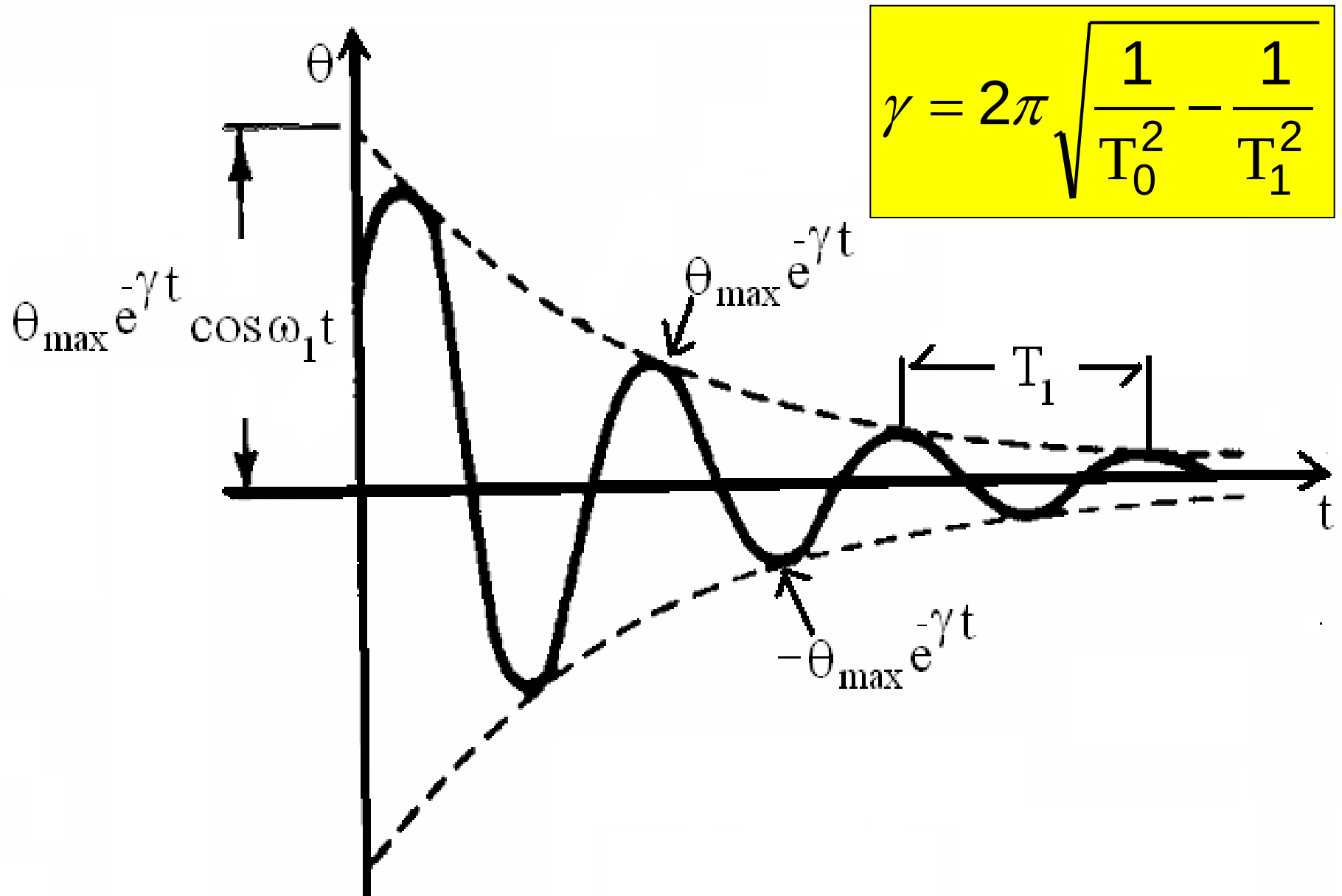
Lembre-se! Aqui a função exponencial descreve apenas a dissipação do sistema.



Observe que: A função exponencial desloca o máximo da função cosseno.



Determinação de gama por gráfico mono-log.



Determinação de gama
por gráfico mono-log.

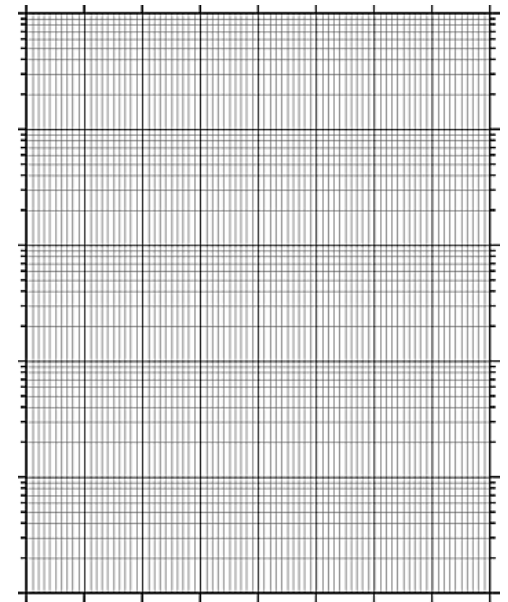
$$\theta(t) = \theta_{\max} e^{-\gamma t} \cos(\omega_1 t)$$

$$\log_e \theta(t) = \log_e (\theta_{\max} e^{-\gamma t} \underbrace{\cos(\omega_1 t)}_{\text{desconsiderar}})$$

$$\log_e \theta(t) = -\gamma t + \log_e \theta_{\max}$$

$$\log_e \theta(t) = a - \gamma t$$

Não esquecer barra de incerteza!



A energia mecânica quando conservada pode ser escrita como:

$$E(t) = \underbrace{\frac{1}{2} k \theta(t)^2 + \frac{1}{2} I \left(\frac{d\theta(t)}{dt} \right)^2}_{\text{Intercâmbio de energia cinética e potencial}} \equiv \underbrace{\frac{1}{2} k \theta_{\max}^2}_{\text{Energia potencial inicial}}$$

$$\theta(t) = \theta_{\max.} \cos(\omega_0 t)$$

A energia mecânica no caso amortecido não é conservada:

$$\theta(t) = \theta_{\max.} e^{-\gamma t} \cos(\omega_1 t)$$

Assim a energia mecânica não é constante ao longo do tempo mas a energia mecânica média num período sim.

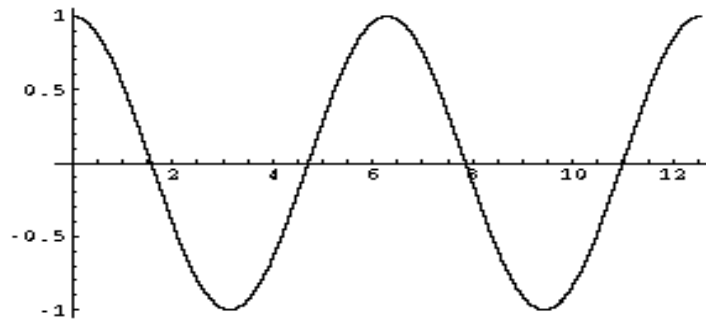
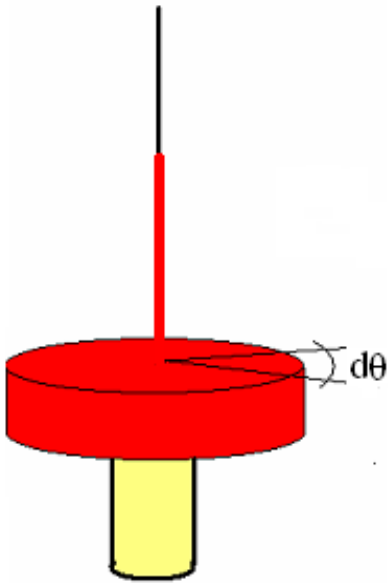
Podemos defini-la pela expressão:

$$\langle E(t) \rangle = \frac{1}{T_1} \int_t^{t+T_1} \left(\frac{1}{2} k \theta(t)^2 + \frac{1}{2} I \left(\frac{d\theta(t)}{dt} \right)^2 \right) dt$$

Resultando:

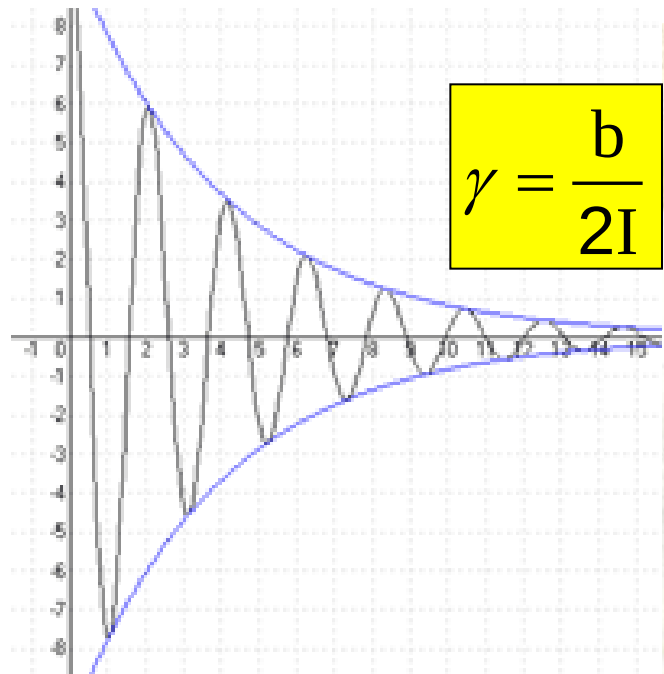
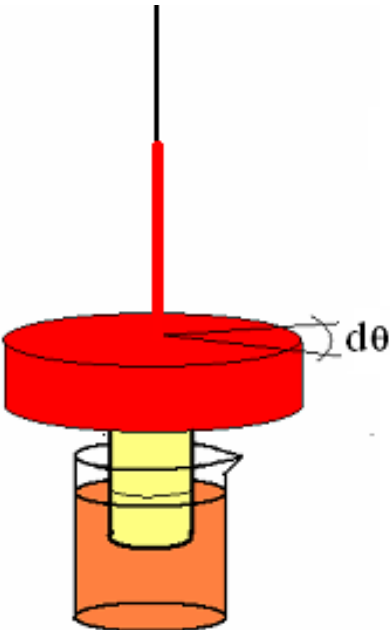
$$\langle E(t) \rangle = \frac{1}{2} k \theta_{\max.}^2 e^{-2\gamma t} = E_0 e^{-2\gamma t}$$

Revendo o caso não amortecido e amortecido crítico.



$$\theta(t) = \theta_{\max} \cos(\omega_0 t)$$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \sqrt{\frac{k}{I}}$$



$$\gamma = \frac{b}{2I}$$

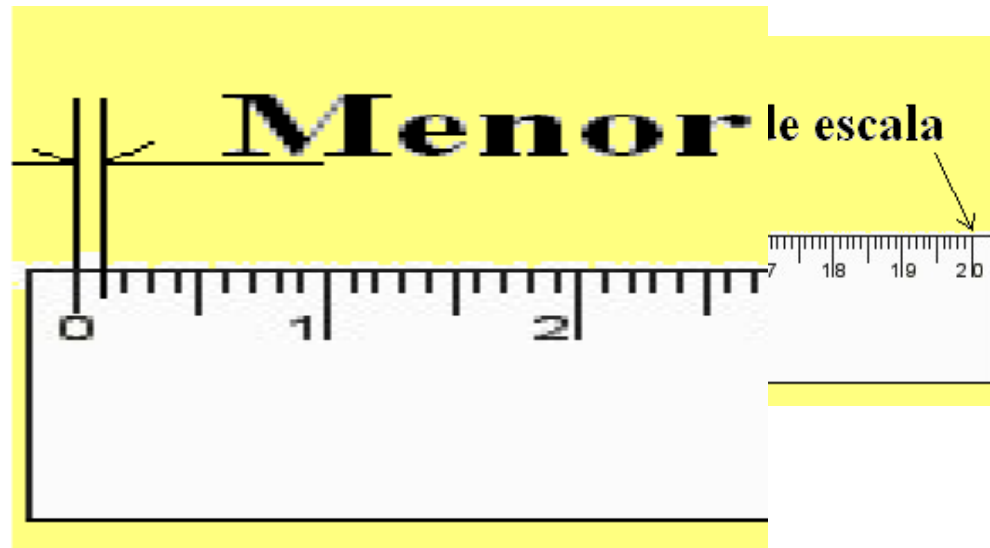
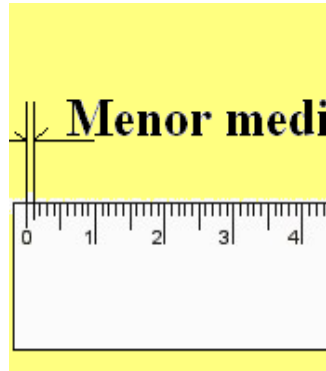
$$\theta(t) = \theta_{\max} e^{-\gamma t} \cos(\omega_1 t)$$

$$\omega_1 = \frac{2\pi}{T_1} = \sqrt{\frac{k}{I} - \left(\frac{b}{2I}\right)^2}$$

Este Experimento é composto de 11 procedimentos:

- 1) Medida do período não amortecido.**
- 2) Medida dos pontos de inversão, caso não amortecido.**
- 3) Gráfico deste movimento de oscilação em função do tempo.**
- 4) Cálculo geométrico do momento de inércia total.**
- 5) Determinação do k de torção elástica do fio.**
- 6) Medida do período T_1 , caso amortecido.**
- 7) Determinação de $\gamma = b/2I$.**
- 8) Medida dos pontos de inversão, caso amortecido.**
- 9) Gráfico deste movimento de oscilação em função do tempo.**
- 10) Análise da curva envoltória, caso amortecido.**
- 11) Estudo da dissipação de energia, caso amortecido.**

Revisão sobre Incertezas e leitura de instrumentos com escala vernier.



Definição de Números Sig

Valores abaixo da menor escala são estimados.

Números significativos : A incerteza nesta medida é $\frac{1}{2}$ da menor escala. **Is numa medida.**

O dígito estimado numa medida é o algarismo significativo duvidoso.

OBS: número de algarismos significativos depende do instrumento utilizado.

Regras de arredondamento.

1) Caso a última cifra seja ≤ 4 mantemos o valor seguinte.

2) Caso a última cifra for =5:

Ao arredondarmos 0,5465 para 3 casas decimais temos: 0,546

Mantemos o 6 pois é par!

Ao arredondarmos 0,5475 para 3 casa decimais temos: 0,548

Adicionamos 1 unidade pois o 7 é impar!

3) Caso a última cifra for >5 adicionamos 1.

Atenção com a calculadora!

Apenas o resultado final deve ser arredondado com base no número de casas da medida com menos números significativos.

Recomendações sobre as medidas instrumentais a serem feitas.

As Partes de um Paquímetro.

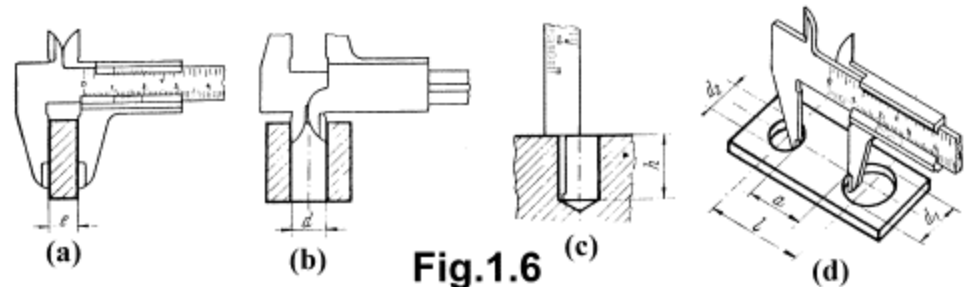
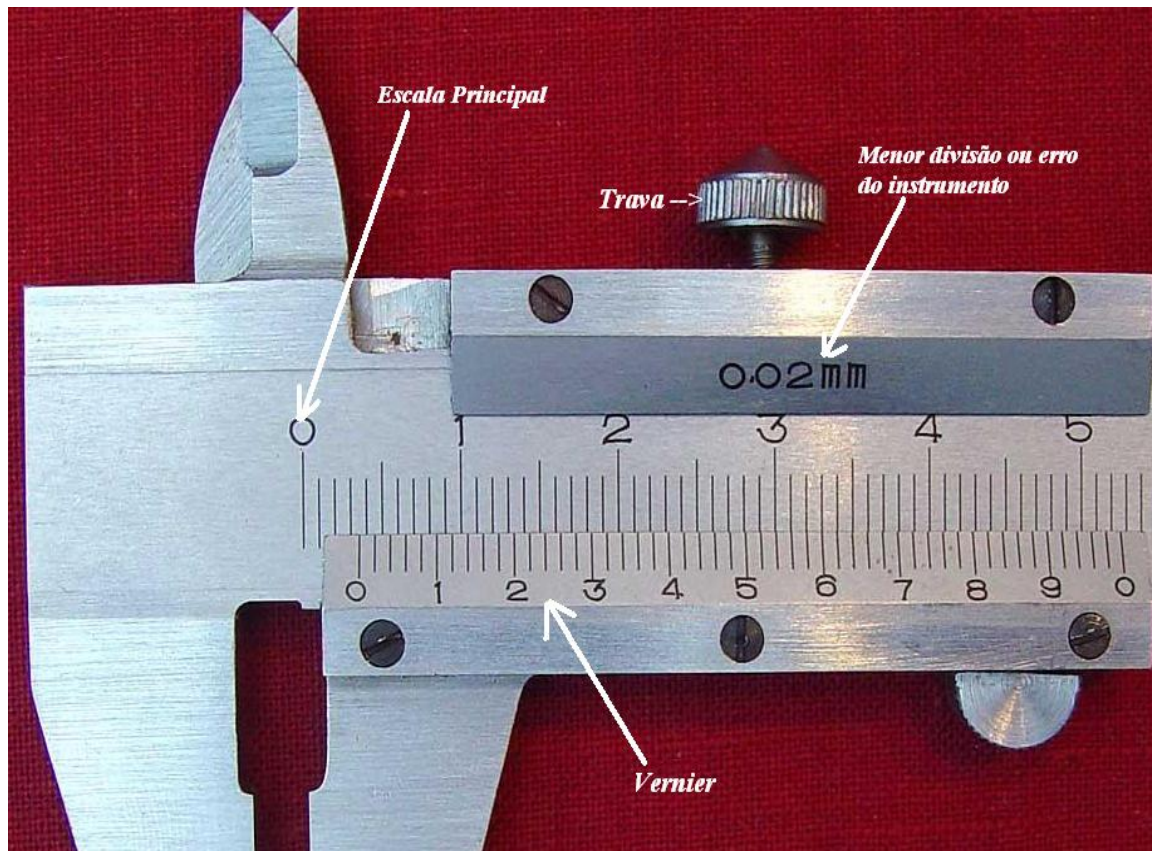
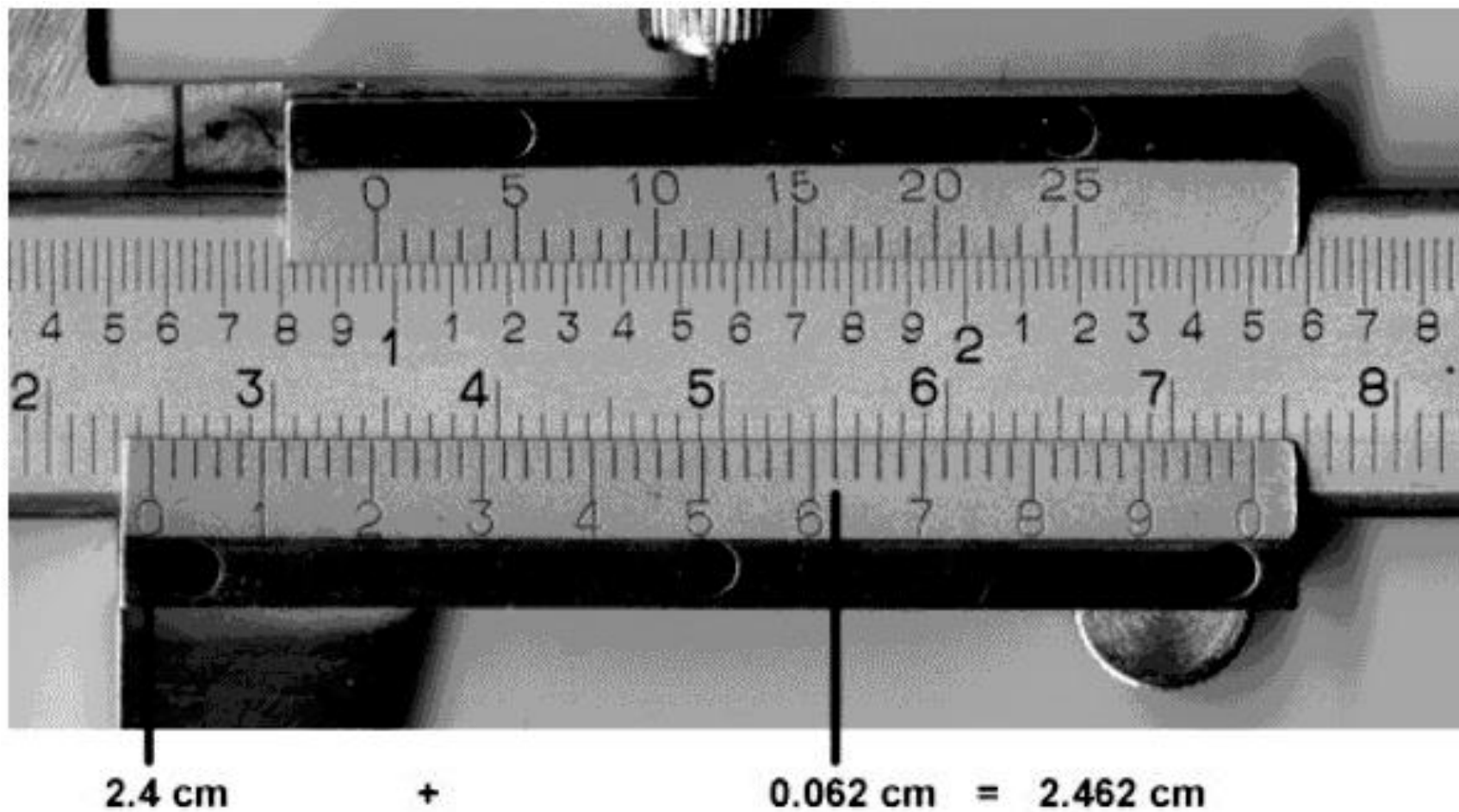


Fig.1.6

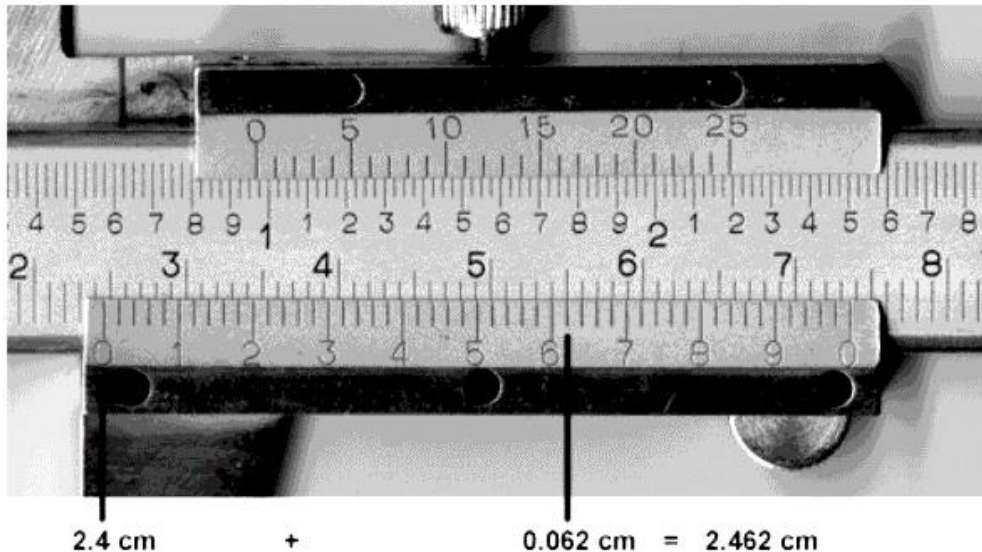
A Leitura do vernier no Paquímetro.



Expressão dos valores lidos nos instrumentos de precisão e sua manipulação.

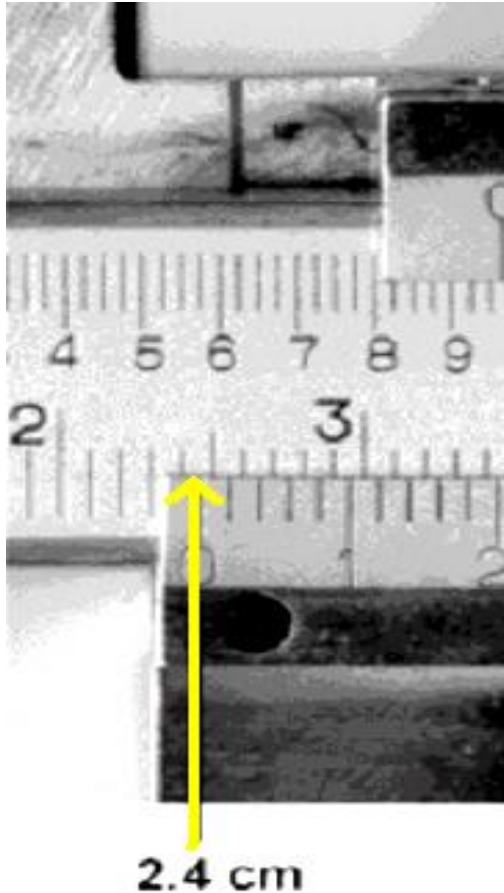
Tanto no paquímetro como no micrômetro lemos valores numéricos que devem ser expressos, manipulados algebricamente e apresentados numa forma final coerente e única.

Agora vamos tratar das suas regras e procedimentos.



Vamos ler o paquímetro ao lado!

A escala principal marca
2,4 cm e o vernier 0,062 cm!
Resultado: 2,462 cm.



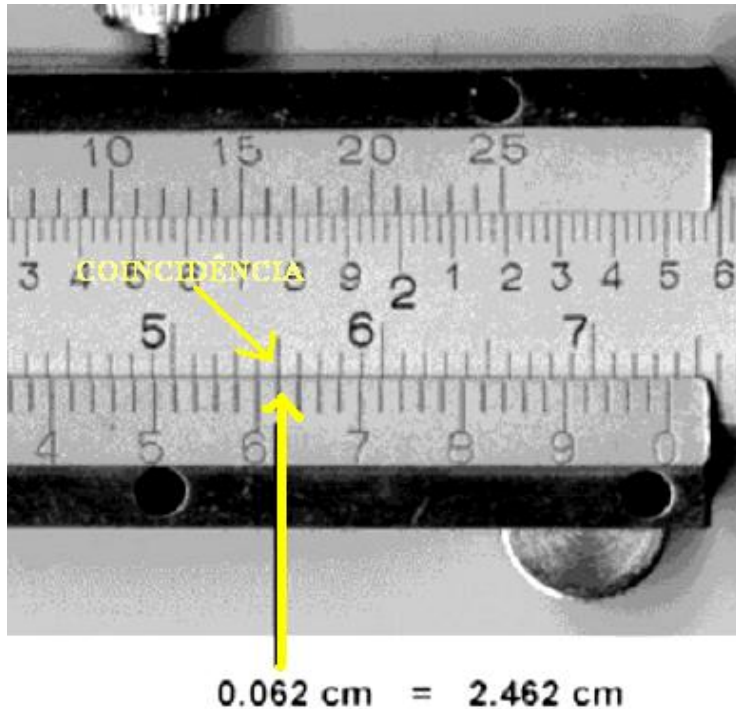
Note que o valor na escala principal foi expresso apenas com um número inteiro, o 2 e uma decimal o 0,4. **E disso temos certeza!**

Desconfiamos que um valor mais preciso deve ser 2,46 cm, podemos até afirmar isso mas este último valor é ***duvidoso!*** Pode ser um pouco menos! *Quem sabe? → 2,455 cm?*

Atenção!

Não é correto afirmar que o valor é 2,445 cm pois estaríamos introduzindo dois números duvidosos.

Vamos usar o vernier para aumentar a precisão da nossa leitura.



O valor no vernier é; 0,062 cm.

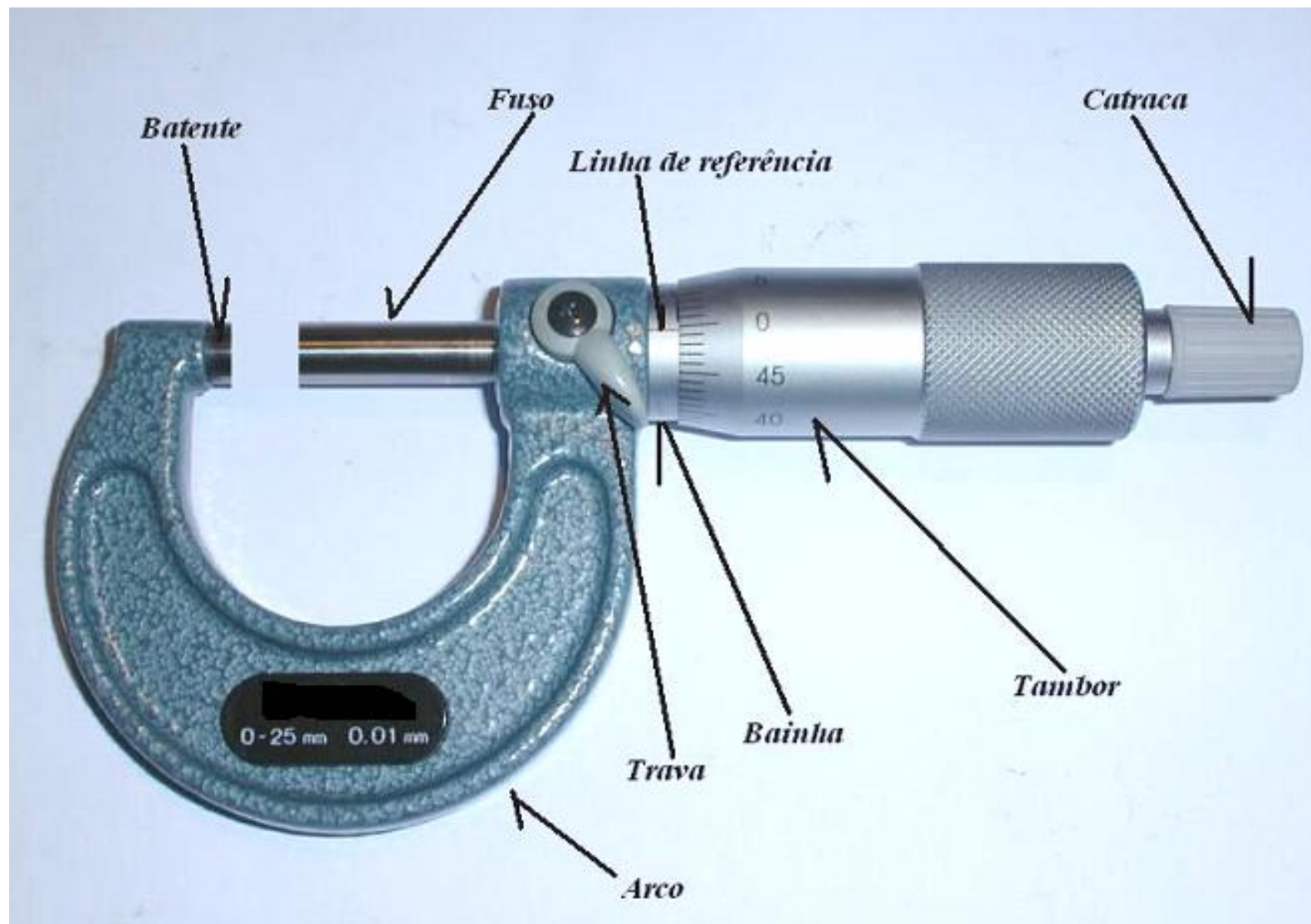
Mas será que também há algum erro nesta medida?

Sim!

Este erro é $1/2$ do valor da menor divisão que o vernier pode fornecer que neste caso é de 0,002 cm e este valor é fornecido pelo fabricante.

Então a leitura final do paquímetro é: $2,462 \pm 0,001$ cm.

As partes do micrômetro.

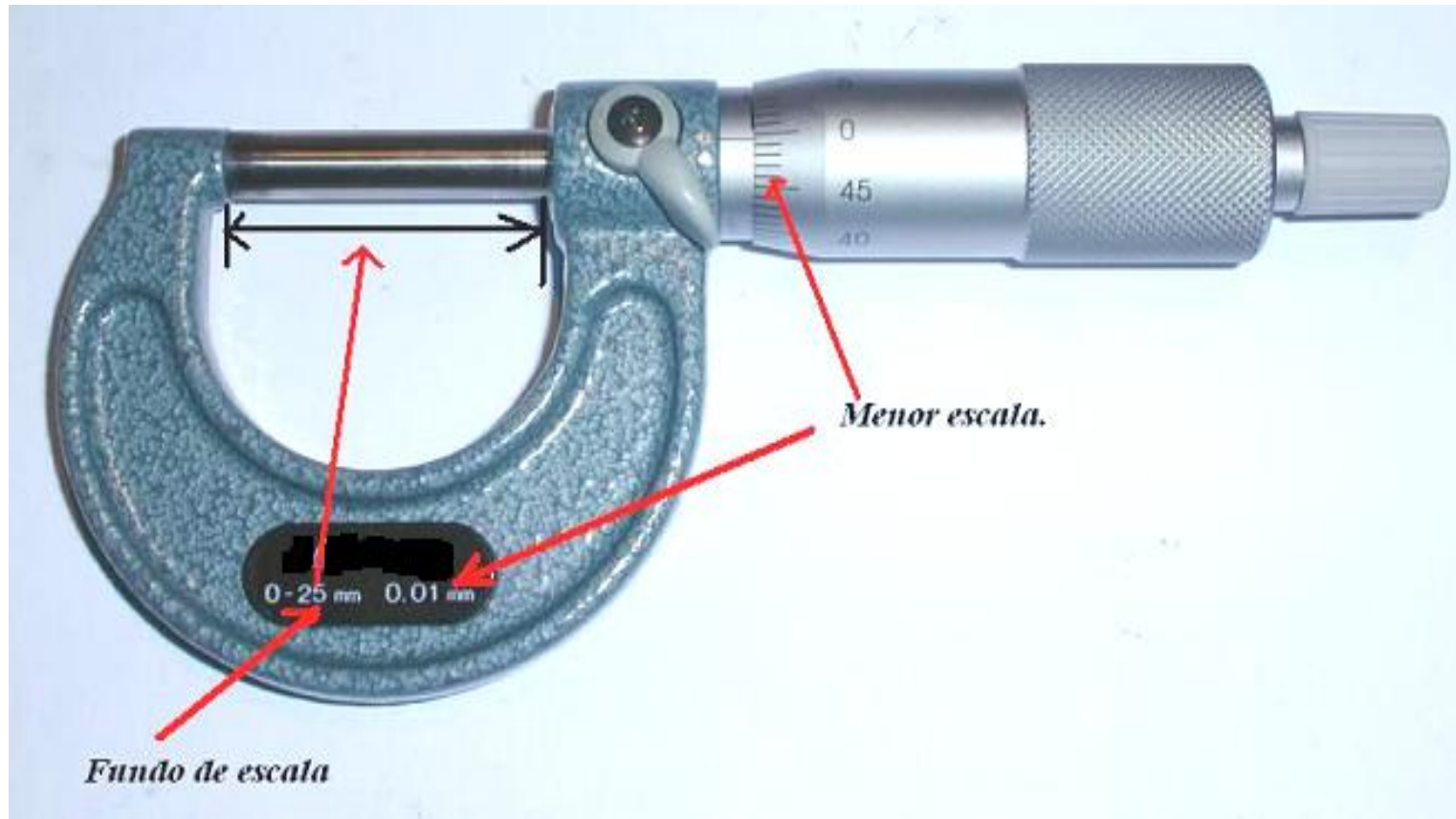




Na caixa de proteção e condicionamento do micrômetro vem acompanhada de uma chave para ajuste da escala principal no zero, caso este esteja fora de alinhamento.

Atenção! Verifiquem o alinhamento do zero do micrômetro!

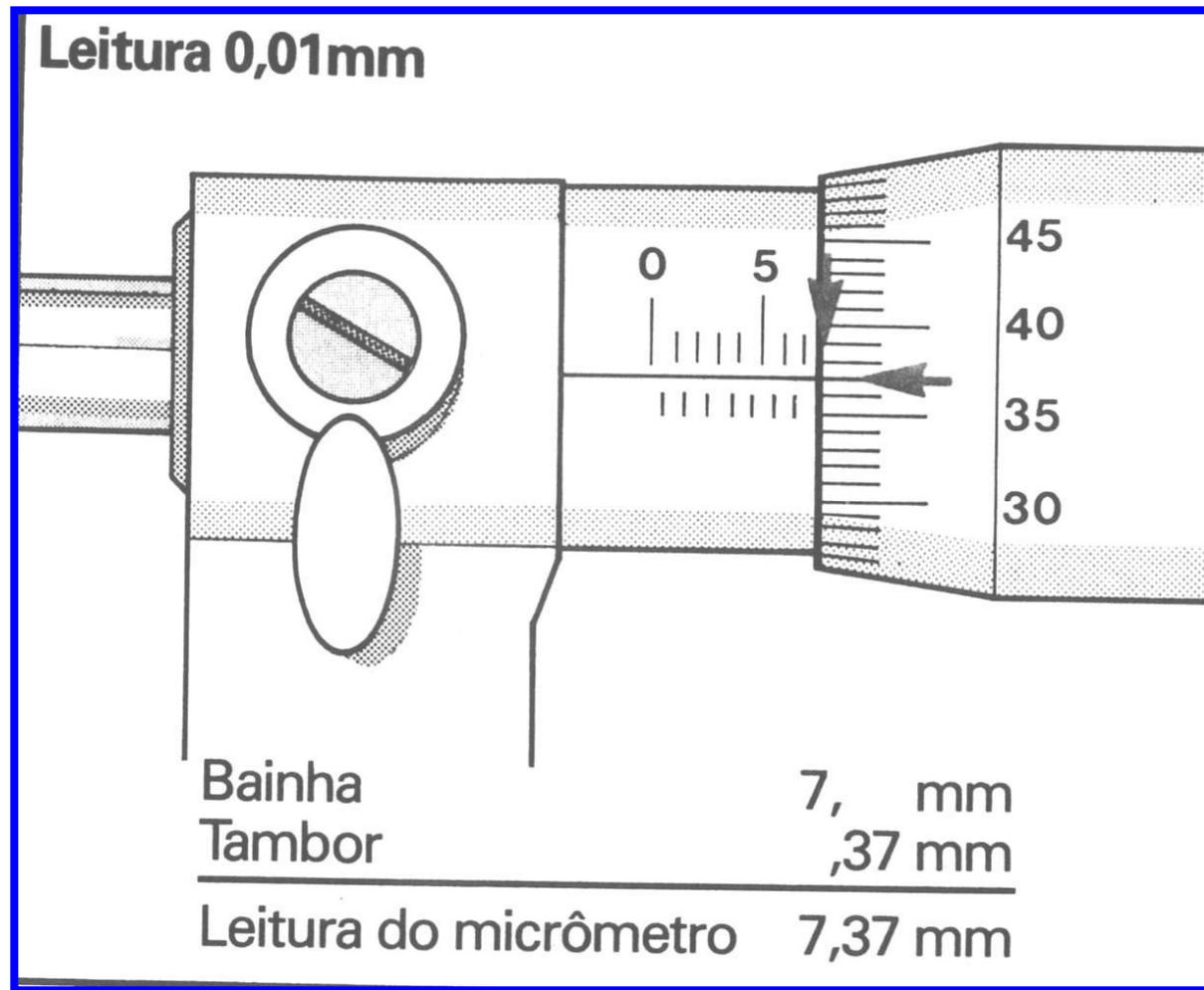
Das informações importantes gravadas no corpo do micrômetro
Destacamos: o **fundo de escala** que é a máxima medida possível,
e a **menor divisão** que também é o **erro da nossa medida**.



Como manipular um micrômetro e efetuar a sua leitura.



Leitura micrômetro de uso comum em laboratórios e oficinas.



Atenção verifique se o micrômetro está zerado! Se não use a chave de correção.

Visite o **ScienceClub** em outros endereços:

Site:

<http://www.drheliodias.com>

Facebook:

<http://www.facebook.com/drheliodias>

LinkedIn:

<http://br.linkedin.com/in/drheliodias>

Twitter:

www.twitter.com/drheliodias

YouTube:

www.youtube.com/user/drheliodias

Sebastião Simionatto : sebastiao@if.usp.br

